

Retour d'un stage de recherche à la Graduate School of mathematics de l'Université de Tokyo

Pierre Houédry

Étudiant en Master 1 de Mathématiques à l'ENS de Rennes, j'ai eu la chance de pouvoir me rendre au Japon pour y effectuer un stage de recherche d'une durée de 2 mois. Ce stage avait pour but de me faire découvrir une nouvelle théorie mathématique et d'essayer de comprendre un article de recherche récent qui utilise cette théorie pour apporter de nouveaux résultats.

Je suis arrivé au mois de Juin à la graduate school of Mathematics de l'Université de Tokyo. Celle-ci est localisée dans le centre de Tokyo, à deux stations de Shibuya.

Après mon arrivée au Japon, j'ai été accueilli par mon encadrant : Monsieur Atsushi Shiho. Il m'a énormément aidé notamment en ce qui concerne mon logement. C'est lui qui m'en a trouvé un à l'université ainsi qu'une place au sein d'un bureau de doctorants. Il m'a également aidé à régler toutes les formalités administratives liées à mon arrivée.

J'avais déjà eu plusieurs contacts avec Mr. Shiho avant le début officiel du stage. Nous avons donc déjà convenu d'une organisation. Nous avons rendez-vous tous les mardis après midi, moment pendant lequel je devais faire un exposé pour présenter ma progression puis je le questionnais sur les difficultés rencontrées. Ces séances de travail étaient très enrichissantes sur le plan mathématique. Étant donné le fait qu'il est très difficile à mon niveau d'apporter un nouveau résultat en arithmétique ; le but qui m'était fixé était de m'initier à la théorie du corps de classe local. Puis, de chercher à comprendre un article publié récemment qui utilise pleinement cette théorie pour créer un résultat mathématique. L'article en question est *A Version of the Grothendieck Conjecture for p -adic Local Fields* de Shinichi Mochizuki. Cet article démontre le résultat suivant :

Soient k_1 et k_2 deux extensions finies de \mathbb{Q}_p . Soit $Isom_{\mathbb{Q}}(k_1, k_2)$ l'ensemble des isomorphismes de \mathbb{Q}_p -algèbre entre k_1 et k_2 . Soit $Out_{Filt}(Gal(\overline{k_1}/k_1), Gal(\overline{k_2}/k_2))$ l'ensemble des isomorphismes extérieurs entre les groupes de galois absolus de k_1 et k_2 équipé d'une filtration définie par les groupes de ramifications supérieure en numérotation supérieure. Alors le morphisme naturel

$$Isom_{\mathbb{Q}}(k_1, k_2) \rightarrow Out_{Filt}(Gal(\overline{k_1}/k_1), Gal(\overline{k_2}/k_2))$$

est bijectif.

Après un mois d'exposés hebdomadaires et de travail intensif, j'ai fini par arriver à comprendre la démonstration de ce résultat qui est complètement originale de part les méthodes qu'elle utilise. Comme il me restait un mois devant moi, avec Mr. Shiho nous avons décidé de poursuivre dans une direction proche de celle de l'article de Mr. Mochizuki en étudiant l'article A note on the geomtricity of open homomorphisms between the absolute Galois groups of p-adic local fields de Yuichiro Hoshi. Cet article s'appuie fortement sur l'article de Mr. Mochizuki, je suis donc parvenu au bout d'un mois de travail, à une compréhension des démonstrations qui y sont présentées.

Les week-ends durant mon stage ont été l'occasion de découvrir le Japon : Osaka, Kyoto, Nara, Nikko, Kamakura, Enoshima, le mont Takao, Yokohama, les quartiers de Tokyo etc. J'ai eu l'opportunité de découvrir de magnifiques lieux, mais aussi de rencontrer des japonais très chaleureux. De plus j'ai pu découvrir l'histoire, la culture et la cuisine japonaise. J'ai vraiment eu la chance d'expérimenter toutes ces choses qui font le charme du Japon.

Ce stage fût une expérience profitable sur un plan mathématique : découverte d'une nouvelle théorie, étude d'articles récents, compréhension de leur enjeux mathématiques. Une parfaite initiation à la recherche. Cela a également été l'occasion de découvrir la manière de fonctionner de l'université, des études et des mathématiciens japonais. Ces deux mois ont été incroyablement enrichissants tant bien mathématiquement que sur le plan personnel.

Je remercie chaleureusement l'association des anciens boursiers francophones de la JSPS de m'avoir permis à réaliser ce projet.

